



סמסטר א' מועד ב' תשע"ז

תאריך: 3.3.17

שעה: 9:00

משך הבחינה: שלוש שעות וחצי

אסור שימוש בכל חומר עזר

בחינה בקורס "מבוא ללוגיקה ולתורת הקבוצות"

מרצים: ד"ר כרמית בנבנישתי- שפילקה

ד"ר אלעזר גולדברג

ד"ר רומינה זיגדון

ד"ר זף סגל

- במבחן 16 עמודים כולל עמוד זה.
- במבחן ארבע שאלות. הניקוד על כל שאלה הוא 25 נקודות. עליכם להשיב על כולן.
- את התשובה לכל שאלה יש לכתוב מתחתיה בטופס המבחן במקום שיועד לכך.
- כל טיעון המובא על ידיכם חייב להיות מנומק באופן מלא ע"פ ההגדרות הרלוונטיות.
- המחברת לטיוטה בלבד ולא תיבדק.

1. תהי $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. נגדיר יחס R על $A \times A$ באופן הבא:

$$(a_1, b_1)R(a_2, b_2) \Leftrightarrow 2|(a_1 - a_2) \wedge 3|(b_1 - b_2)$$

א. הוכיחו שמדובר ביחס שקילות.

ב. תארו באופן מפורש את $[(1,6)]_R$.

ג. חשבו את עוצמת קבוצת המנה $A \times A / R$.

2. א. נגדיר x מקור של y עבור הפונקציה f אם $f(x) = y$.

בנו פונקציה על \mathbb{N} -ל- \mathbb{N} , שעבורה יש איבר ב- \mathbb{N} עם אינסוף מקורות.

ב. הוכיחו או הפריכו: אם $A \sim B$ אז $P(A) \sim P(B)$

3. תהיינה A, B קבוצות לא ריקות ויהי R יחס המוגדר על A ותהי פונקציה $f: A \rightarrow B$

נאמר ש- f מכבדת את היחס R אם לכל $x, y \in A$ אם xRy אז $f(x) = f(y)$

הוכיחו או הפריכו:

א. אם f מכבדת את היחס R , אז R רפלקסיבי.

ב. אם f מכבדת את היחס R , אז f חח"ע.

ג. אם f חח"ע ו- R רפלקסיבי אז f מכבדת את

ד. יהי R יחס שקילות על A ותהי f המכבדת את היחס R . בנו פונקציה חח"ע

$$F: A/R \rightarrow B$$

שימו לב: עליכם לוודא שבניתם פונקציה.

4. א. יהי α פסוק. אפיינו את קבוצות הפסוקים הבאות והוכיחו את קביעתכם:

$$1. \text{ כל הפסוקים } \beta \text{ המקיימים: } \alpha, \neg\alpha \Rightarrow \beta$$

$$2. \text{ כל הפסוקים } \beta \text{ המקיימים: } \alpha \vee \neg\alpha \Rightarrow \beta$$

ב. יהיו $a, b \in \mathbb{R}$. נגדיר את הקבוצה $L_{a,b}$ באופן הבא:

$$L_{a,b} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = ax + b\}$$

כלומר זוהי קבוצת כל הנקודות במישור הנמצאות על הישר ששיפועו a והעובר דרך הנקודה $(0, b)$.

שימו לב: אם $(a, b) \neq (a', b')$ אז $L_{a,b} \neq L_{a',b'}$.

בנוסף אם $(x, y) \in L_{a,b}$ נאמר שהישר $L_{a,b}$ עובר דרך הנקודה (x, y) .

הצרינו את המשפט הבא: לכל שתי נקודות שונות במישור קיים ישר אחד יחיד העובר דרך שתי נקודות אלו.